المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS 22

★★
Φ

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2.5 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
مسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل	8.5 نقط

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

HAJ

التمرين الأول : (2.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3+u_n}{5-u_n}$ لكل n من IN

1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2+(3-u_n)}$ لكل n من IN ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل n من IN — 0.75

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN — 0.75

ب- بين أن $u_n = \frac{1+3v_n}{1+v_n}$ لكل n من IN ثم اكتب u_n بدلالة n — 0.5

ج- حدد نهاية المتتالية (u_n) — 0.5

التمرين الثاني: (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(2,1,3)$ و $B(3,1,1)$ و $C(2,2,1)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x+2y-34=0$

1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ — 0.5

ب- استنتج أن $2x+2y+z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) — 0.5

2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(1,-1,0)$ و أن شعاعها هو 6 — 0.5

ب- بين أن $d(\Omega,(ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) — 0.5

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة Ω و العمودي على المستوى (ABC) — 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هو النقطة B — 0.5

التمرين الثالث: (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4z + 29 = 0$ — 0.75

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقط Ω و A و B التي ألحاقها على التوالي هي ω و a و b بحيث $\omega = 2+5i$ و $a = 5+2i$ و $b = 5+8i$

أ- ليكن u العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$ — 0.75

تحقق من أن $u = 3+3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$ ($\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي u) — 0.25

ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ — 0.75

د- نعتبر الدوران R الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$ — 0.5

حدد صورة النقطة A بالدوران R

HAJ

التمرين الرابع: (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء و ست كرات خضراء .
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1 | 1) ليكن A الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .
بين أن $p(A)=\frac{2}{15}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 | أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي $\{2,3,4\}$

1.5 | ب- بين أن $p(X=3)=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X

مسألة: (8,5 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$
و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1\,cm$)

0.25 | I-1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0.5 | ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

0.5 | 2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 | ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة .

0.5 | 3) أ- بين أن $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^2$ لكل x من $\mathbb{R}$

0.25 | ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $f'(0)=0$)

0.75 | ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1,\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$

0.5 | 4) أ- بين أن المنحنى (C_f) يوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]\ln 4,+\infty[$ وتحت المستقيم (D) على المجال $]-\infty,\ln 4[$

0.5 | ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0\,,-5)$

0.75 | ج- أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\ln 4\approx 1,4$ و $\alpha\approx 1,3$)

0.5 | 5) أ- بين أن $\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\frac{9}{2}$

0.5 | ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (D) و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 4$

0.5 | II-1) أ- حل المعادلة التفاضلية $(E)\ :\ y''-3y'+2y=0$

0.5 | ب- حدد الحل g للمعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $g(0)=-3$ و $g'(0)=-2$

2) لتكن h الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

0.75 | أ- بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} و أن h^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$

0.75 | ب- تحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ ثم حدد $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$

HAJ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- عناصر الإجابة -

NR 22

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	7

تؤخذ بعين الاعتبار مختلف مراحل الحل وتقبل كل طريقة صحيحة تؤدي إلى الحل

التمرين الأول (2.5 ن)

0.75	1)	0.25 للتحقق و 0.5 للبرهان بالترجع
1.75	2)	أ- 0.5 للمتتالية (v_n) هندسية و 0.25 ل $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ب- 0.25 للمتساوية و 0.25 لكتابة u_n بدلالة n ج- 0.25 ل $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n=0$ و 0.25 ل $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$

التمرين الثاني (3 ن)

1	1)	أ- 0.5	ب- 0.5
1	2)	أ- 0.5	ب- 0.25 لصيغة المسافة و 0.25 للاستنتاج
1	3)	أ- 0.5	ب- 0.5

التمرين الثالث (3 ن)

0.75	1)	0.25 لحساب المميز و 0.25 لكل حل من الحلين (تمنح 0.75 للتوصل إلى الحلين بطريقة أخرى)
2.25	2)	أ- 0.25 للتحقق و 0.5 ل عمدة للعدد u ب- 0.25 ج- 0.25 للتحقق و 0.25 للمتساوية $\Omega A=\Omega B$ و 0.25 ل عمدة للعدد $\frac{b-\omega}{a-\omega}$ د- 0.5

التمرين الرابع (3 ن)

1	1)	1 للتوصل إلى النتيجة
2	2)	أ- 0.5 ب- 0.75 ل $p(X=3)=\frac{8}{15}$ و 0.25 ل $p(X=2)=\frac{2}{15}$ و 0.5 ل $p(X=4)=\frac{1}{3}$

JAD

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2016 – عناصر الإجابة
- مادة: الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها

مسألة (8.5 ن)

0.75	(1-I	أ- 0.25 ب- 0.5
1	(2	أ- 0.5 ب- 0.25 للنهاية و 0.25 للتأويل
1.5	(3	أ- 0.5 ب- 0.25 ج- 0.25 ل f متصلة و تزايدية قطعا على $[1,\ln 4]$ و 0.25 ل $f(\ln 4)>0$ و 0.25 ل $f(1)<0$
1.75	(4	أ- 0.25 للوضع على $]\ln 4,+\infty[$ و 0.25 للوضع على $]-\infty,\ln 4[$ ب- 0.5 ج- 0.75 (انظر الشكل أسفله)
1	(5	أ- 0.25 للتوصل إلى دالة أصلية و 0.25 للنتيجة ب- 0.25 للمساحة ب cm^2 هي $\int_0^{\ln 4}(2x-2-f(x))dx$ و 0.25 للمساحة تساوي $\frac{9}{2}cm^2$
1	(1-II	أ- 0.25 لحلي المعادلة المميزة و 0.25 ل الحل العام للمعادلة التفاضلية هو $y=ae^{2x}+be^{x}$ حيث a و b عددان حقيقيان ب- 0.5 للتوصل إلى $g(x)=e^{2x}-4e^{x}$
1.5	(2	أ- 0.5 ل h متصلة و تزايدية قطعا على $]\ln 4,+\infty[$ و 0.25 ل $h(]\ln 4,+\infty[)=\mathbb{R}$ ب- 0.25 للتحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ و 0.25 ل (h قابلة للاشتقاق في $\ln 5$ و $h'(\ln 5)\neq 0$) و 0.25 ل $(h^{-1})'(\ln 5)=\frac{1}{6}$